

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE DERIVADAS

Autor: Prof. Jair Pereira dos Santos

Mestre e Doutor em Administração pela FGV. Licenciado em Matemática pelo IME-USP

RESUMO

Em experiências em sala de aula, percebemos a dificuldade que tem os alunos no aprendizado de derivadas quando o Professor inicia a aula com a definição de derivada utilizando o limite. Na experiência que citarei abaixo, é possível aproveitar alguns conceitos intuitivos de inclinação e de taxa de variação que deve facilitar bastante este aprendizado

Palavras Chave : Derivada, Inclinação, Taxa de Variação

RELATO DE EXPERIÊNCIA EM SALA DE AULA

CONTIBUIÇÃO AO ESTUDO DE DERIVADAS

Fui durante alguns anos, professor de Calculo Diferencial para alunos de Curso de Arquitetura. Um dia em que tinha de ensinar Derivadas, eu me perguntei: Em que o conceito de derivada pode ser útil para um arquiteto? E respondi. Inclinação. Inclinação de uma rampa, de uma escada, de um telhado, etc. Neste dia, iniciei a aula com esta frase: “ Um conceito intuitivo de inclinação” E desenhei duas escadas. Qual delas está mais inclinada? Claro, que intuitivamente todos disseram que a que estava mais próxima da vertical era a mais inclinada. Como a aula era na Faculdade de Arquitetura e Urbanismo de Santos, aproveitei um exemplo local. E perguntei: Qual Rodovia, no trecho da serra, é mais inclinada? A Anchieta ou a Imigrantes? E também, a grande maioria respondeu Anchieta é mais inclinada. Dei trechos de rampas, com inclinações diferentes. Dizia o desnível, mantendo a distancia horizontal constante, e também acertavam, sempre intuitivamente. Depois, mantinha o desnível e variava o comprimento da linha horizontal e também acertavam intuitivamente. Em seguida, desenhei duas retas, e as respostas foram semelhantes. Claro, quando aparecem duas retas com inclinações negativas, ou inclinações contrárias, há alguma discrepância, mas aí falamos: Falaremos mais tarde sobre inclinação positiva e inclinação negativa . E assim terminava a primeira parte da aula, com os alunos já tendo a idéia intuitiva da inclinação, pelo menos no que se refere ao interesse dos arquitetos, na construção de rampas, telhados, escadas, etc. E também já tinham um preparo para aceitar o conceito que viria a seguir da inclinação como $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Segundo tópico da aula. “ Um conceito intuitivo sobre medida de uma inclinação” . E afirmava, A Inclinação da Rodovia dos Imigrantes tem uma inclinação quase constante, da ordem de 5%. O que isto significa? Agora já não é mais intuitivo, claro. Para simplificar, desenhei uma rampa, dizendo: A rampa da garagem do meu prédio é de 15%. E desenhava um desnível de 1,5 metros e perguntava , quantos metros antes do desnível, precisamos iniciar a rampa? E alguns acertavam também intuitivamente, vejam que para vencer o desnível de 1,5 metros precisamos iniciar a rampa 10 metros antes. E continuei construindo rampas de 10%, de 20%, de 18%, de 5%, daí o calculo da Imigrantes no início, supondo a altitude de 750 metros e supondo uma linha reta, precisamos de 15 km antes, para a inclinação de 5%. Nesta altura da aula, os alunos já começam a associar inclinação com $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Desenhando agora segmentos de reta passando por dois pontos, (0,0) e (1,2) por exemplo, temos inclinação igual a 2, e segue vários exemplos , onde começam a ver o conceito com certa familiaridade. Claro que vão aparecer as inclinações negativas, reta horizontal com inclinação igual a zero, etc.

Terceiro tópico da Aula: Equação da Reta: $Y = aX + b$, onde a é a inclinação ou coeficiente angular, e b é o valor onde a reta intercepta o eixo Y ou o coeficiente linear. Também aqui, após um grande número de exemplos, parece intuitivo, calcular a inclinação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, e em seguida calcular o coeficiente b.

E neste ponto, vale a pena escrever equações que tenham aplicações intuitivas, como por exemplo, calcular quanto vai gastar de taxi para ir da escola à sua casa, Uma bandeirada de R\$ 4,00 e custo de R\$ 2,00 por quilometro rodado. A equação é $Y = 4 + 2X$, onde X é a distancia. E cada um consegue efetuar esse calculo com grande facilidade. Outro exemplo intuitivo é a equação de custo total de produzir determinado artigo, com custo fixo e custo variável, semelhante ao taxi, onde a bandeirada é o custo fixo e a custo por quilometro é o variável. Igualmente, ganho por horas trabalhadas, Receita de vendas por produtos vendidos, etc. Veja que aqui já começa aparecer as aplicações de custo marginal, receita marginal, lucro marginal, etc. Podemos aproveitar esta fase para citar a inclinação como taxa de variação, e exibir equações de espaçoXtempo cuja taxa de variação é a velocidade, a aceleração que é a taxa de variação da velocidade, e vários outros exemplos.

Finalmente o último tópico da aula, que é a derivada de uma função. E também aqui, devemos aproveitar o que é intuitivo, por exemplo, em uma rua, com várias inclinações, uma parte mais inclinada e outras menos. O exemplo da Rodovia dos Imigrantes, lá em Santos serviu para mostrar que a inclinação não é constante, mas que se aproxima de uma média, de aproximadamente 5%. Já na Anchieta a inclinação é mais variável. E neste caso, como calcular a inclinação em um ponto da rodovia, pelo limite. Quero dar minha opinião, nessa hora, que na maioria dos cursos, como Arquitetura, Economia,

Administração e muitos outros, creio que não deve ser de grande importância insistir na definição de derivadas pela fórmula do limite, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$. É claro que em cursos mais identificados com as matemáticas, como o próprio curso de matemática, ou de física, ou de engenharia, pode ser necessária a definição com os limites, pois este conceito poderá ser útil em disciplinas de Análise, ou de cálculo numérico, ou de equações diferenciais, etc., mas em cursos onde a aplicação prática é mais importante, creio não ser necessário.